

## 第2讲 一元二次方程的实际应用加油站

### 一、增长率问题

#### 练习1

#### 1. 2020~2021学年天津河东区初三上学期期末第11题3分 ★★

为防止疫情扩散，佩戴口罩成为疫情期间有效防范措施之一，某工厂为了能给市面上提供充足的口罩，第一个月至第三个月生产口罩由 67500 袋增加到 90000 袋，设该工厂第一个月至第三个月生产口罩平均每月增长率为  $x$ ，则可列方程为（ ）。

- A.  $67500(1+2x) = 90000$
- B.  $67500 + 67500(1+x) + 67500(1+x)^2 = 90000$
- C.  $67500 \times 2(1+x) = 90000$
- D.  $67500(1+x)^2 = 90000$

【答案】 D

【解析】 设增长率为  $x$ ，

而第一个月的口罩生产为 67500 袋，

则第二个月的生产量为  $67500(1+x)$  袋，

则第三个月的生产量为  $67500(1+x)^2$  袋，

那么可以列的方程： $67500(1+x)^2 = 90000$ 。

故选 D。

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

#### 2. 2019~2020学年天津武清区初三上学期期中第18题3分 ★★

某林场 2015 年造林 100 公顷，以后造林面积逐年增长，到 2017 年三年共造林 331 公顷。若设林场面积的年平均增长率为  $x$ ，则可以列出方程为 \_\_\_\_\_。

【答案】  $100(1+x) + 100(1+x)^2 = 331$

【解析】 后两年平均每年的造林增长率是  $x$ ，根据题意，

$$100(1+x) + 100(1+x)^2 = 331。$$

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

3. 2019~2020学年9月贵州遵义汇川区遵义市汇仁中学初三上学期月考第20题10分 ★★★

某公司今年1月份的生产成本是400万元，由于改进技术，生产成本逐月下降，3月份的生产成本是361万元．假设该公司2、3、4月每个月生产成本的下降率都相同．

(1) 求每个月生产成本的下降率．

(2) 请你预测4月份该公司的生产成本．

**【答案】** (1) 每个月生产成本的下降率为5%．

(2) 预测4月份该公司的生产成本为342.95万元．

**【解析】** (1) 设每个月生产成本的下降率为 $x$ ，

根据题意得： $400(1-x)^2 = 361$ ，

解得： $x_1 = 0.05 = 5\%$ ， $x_2 = 1.95$ （不合题意，舍去）．

答：每个月生产成本的下降率为5%．

(2)  $361 \times (1 - 5\%) = 342.95$ （万元）．

答：预测4月份该公司的生产成本为342.95万元．

**【标注】**【知识点】一元二次方程的增长率问题

练习2

4. 2019~2020学年陕西宝鸡金台区初三上学期期末第8题3分 ★★

某钢铁厂一月份生产钢铁560吨，从二月份起，由于改进操作技术，使得第一季度共生产钢铁1850吨，问二、三月份平均每月的增长率是多少？若设二、三月份平均每月的增长率为 $x$ ，则可得方程（ ）．

A.  $560(1+x)^2 = 1850$

B.  $560 + 560(1+x)^2 = 1850$

C.  $560(1+x) + 560(1+x)^2 = 1850$

D.  $560 + 560(1+x) + 560(1+x)^2 = 1850$

**【答案】** D

**【解析】** 依题意得二月份的产量是 $560(1+x)$ ，

三月份的产量是 $560(1+x)(1+x) = 560(1+x)^2$ ，

$\therefore 560 + 560(1+x) + 560(1+x)^2 = 1850$ ．

故选D．

**【标注】**【知识点】一元二次方程的增长率问题

5. 2019~2020学年天津东丽区初三上学期期末第11题3分 ★

天虹商场一月份鞋帽专柜的营业额为 100 万元，三月份鞋帽专柜的营业额为 150 万元．设一到三月每月平均增长率为  $x$ ，则下列方程正确的是（ ）．

A.  $100(1+2x) = 150$

B.  $100(1+x)^2 = 150$

C.  $100(1+x) + 100(1+x)^2 = 150$

D.  $100 + 100(1+x) + 100(1+x)^2 = 150$

【答案】 B

【解析】 ∵一月份的营业额为 100 万元，平均每月增长率为  $x$ ，

∴二月份的营业额为  $100 \times (1+x)$ ，

∴三月份的营业额为  $100 \times (1+x) \times (1+x) = 100 \times (1+x)^2$ ，

∴可列方程为  $100 \times (1+x)^2$ ．

故选 B．

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

### 练习3

6. 2018~2019学年10月广东广州天河区广东实验中学附属天河学校初三上学期月考第13题3分 ★★

一辆汽车，新车购买价 20 万元，第一年使用后折旧 20%，以后该车的年折旧率有所变化，但它在第二、三年的年折旧率相同．已知在第三年年末，这辆车折旧后价值 11.56 万元，如果设这辆车第二、三年的年折旧率为  $x$ ，那么根据题意，列出的方程为 \_\_\_\_\_．

【答案】  $20(1-20\%)(1-x)^2 = 11.56$

【解析】 设这辆车第二、三年的年折旧率为  $x$ ，有题意，得

$$20(1-20\%)(1-x)^2 = 11.56.$$

【标注】 【知识点】 一元二次方程的增长率问题

7. 2019~2020学年江西上饶广丰县初三上学期期末第10题3分 ★★

商场中换季衣服都要打折处理，今年 10 月某商店将某种春秋装以原价 8.1 的折出售，到了 11 月，再次降价，现将这种春秋装仅以原价的 6.4 折出售，经过两次降价，则平均折扣率是 \_\_\_\_\_．

【答案】 20%

【解析】 设春秋装原价为 1，平均折扣率为  $x$ ，

$$(1-x)^2 = \frac{6.4}{10}$$

$$1-x = \pm 0.8,$$

①  $1-x = 0.8$

$$x = 0.2 .$$

$$\textcircled{2} 1 - x = -0.8 ,$$

$$x = 1.8 \text{ (舍)} .$$

$\therefore$  平均折扣率 20% .

**【标注】**【知识点】一元二次方程的增长率问题

## 二、利润问题

### 练习4

#### 8. 2019~2020学年9月山东聊城高唐县高唐县赵寨子中学初三上学期月考第20题 ★★

新世纪百货大楼“宝乐”牌童装平均每天可售出 20 件，每件盈利 40 元．为了迎接“六一”儿童节，商场决定采取适当的降价措施．经调查如果每件童装降价 1 元，那么平均每天就可多售出 2 件．要想平均每天销售这种童装盈利 1200 元，则每件童装应降价多少元？设每件童装应降价  $x$  元，可列方程为 \_\_\_\_\_ ．

**【答案】**  $(40 - x)(20 + 2x) = 1200$

**【解析】** 设每件童装应降价  $x$  元，可列方程为： $(40 - x)(20 + 2x) = 1200$  ．

**【标注】**【知识点】一元二次方程的利润问题

#### 9. 2018~2019学年江苏淮安清江浦区初三上学期期中第24题10分 ★★★

商场某种商品平均每天可销售 30 件，每件盈利 50 元．为了尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施．经调查发现，每件商品每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件．设每件商品降价  $x$  元．据此规律，请回答：

( 1 ) 商场日销售量增加 \_\_\_\_\_ 件，每件商品盈利 \_\_\_\_\_ 元（用含  $x$  的代数式表示）．

( 2 ) 在上述条件不变、销售正常情况下，每件商品降价多少元时，商场日盈利可达到 2100 元？

**【答案】** ( 1 )  $2x$ ； $(50 - x)$

( 2 ) 每件商品降价 20 元，商场日盈利可达 2100 元．

**【解析】** ( 1 ) 降价 1 元，可多售出 2 件，降价  $x$  元，可多售出  $2x$  件，

盈利的钱数  $= 50 - x$  ，

故答案为  $2x$ ； $50 - x$  ．

( 2 ) 由题意得： $(50 - x)(30 + 2x) = 2100$  (  $0 \leq x < 50$  ) ，

化简得： $x^2 - 35x + 300 = 0$ ，

即  $(x - 15)(x - 20) = 0$ ，

解得： $x_1 = 15$ ， $x_2 = 20$ 。

∵该商场为了尽快减少库存，

∴降的越多，越吸引顾客，

∴选  $x = 20$ ，

答：每件商品降价 20 元，商场日盈利可达 2100 元。

**【标注】**【知识点】一元二次方程的利润问题

## 练习5

### 10. 2019~2020学年9月辽宁沈阳初三上学期月考第21题8分 ★★

某网店销售一款童装，每件售价 60 元时每周可卖 300 件，为避免产品积压，最大限度的减少库存，该店决定降价销售，经市场调查发现，每降价 1 元每周可多卖 30 件。已知该款童装每件成本价为 40 元。若总利润要达到 6480 元，问每件童装的售价应定为多少元。

**【答案】** 52 元。

**【解析】** 设每件童装应降价  $x$  元销售，则每周可售出  $(300 + 30x)$  件童装，

依题意，得： $(60 - 40 - x)(300 + 30x) = 6480$ ，

整理，得： $x^2 - 10x + 16 = 0$ ，

解得： $x_1 = 2$ ， $x_2 = 8$ 。

∵为避免产品积压，最大限度的减少库存，

∴  $x = 8$ ，

∴  $60 - x = 52$ 。

**【标注】**【知识点】一元二次方程的利润问题

### 11. 2018~2019学年山东潍坊高密市初三上学期期中第24题10分 ★★★

列方程解应用题：

某玩具厂生产一种玩具，按照控制固定成本降价促销的原则，使生产的玩具能够及时售出，据市场调查：每个玩具按 480 元销售时，每天可销售 160 个；若销售单价每降低 1 元，每天可多售出 2 个，已知每个玩具的固定成本为 360 元，问这种玩具的销售单价为多少元时，厂家每天可获利润 20000 元？

**【答案】** 这种玩具的销售单价为 460 元时，厂家每天可获利润 20000 元。

**【解析】** 设销售单价为  $x$  元，

由题意，得： $(x - 360)[160 + 2(480 - x)] = 20000$ ，

整理，得： $x^2 - 920x + 211600 = 0$ ，

解得： $x_1 = x_2 = 460$ ，

答：这种玩具的销售单价为 460 元时，厂家每天可获利润 20000 元。

**【标注】**【知识点】一元二次方程的利润问题

## 练习6

### 12. 2018~2019学年辽宁沈阳于洪区初三上学期期末第22题 ★★★

某汽车专卖店经销某种型号的汽车．已知该型号汽车的进价为 15 万元/辆，经销一段时间后发现：当该型号汽车售价定为 25 万元/辆时，平均每周售出 8 辆；售价每降低 0.5 万元，平均每周多售出 1 辆．

( 1 ) 当售价为 22 万元/辆时，求平均每周的销售利润．

( 2 ) 若该店计划平均每周的销售利润是 90 万元，为了尽快减少库存，求每辆汽车的售价．

**【答案】**( 1 ) 98 万元．

( 2 )  $x = 20$  ．

**【解析】**( 1 ) 由题意，可得当售价为 22 万元/辆时，平均每周的销售量是：

$$\frac{25 - 22}{0.5} \times 1 + 8 = 14 ,$$

则此时，平均每周的销售利润是： $(22 - 15) \times 14 = 98$  ( 万元 ) ；

( 2 ) 设每辆汽车降价  $x$  万元，根据题意得：

$$(25 - x - 15)(8 + 2x) = 90 ,$$

解得  $x_1 = 1$  ,  $x_2 = 5$  ,

当  $x = 1$  时，销售数量为  $8 + 2 \times 1 = 10$  ( 辆 ) ；

当  $x = 5$  时，销售数量为  $8 + 2 \times 5 = 18$  ( 辆 ) ，

为了尽快减少库存，则  $x = 5$ ，此时每辆汽车的售价为  $25 - 5 = 20$  ( 万元 ) ，

答：每辆汽车的售价为 20 万元．

**【标注】**【知识点】一元二次方程的利润问题

### 13. 2019~2020学年江苏无锡梁溪区无锡市南长实验中学初三上学期期中第23题8分 ★★★

山西特产专卖店销售核桃，其进价为每千克 40 元，按每千克 60 元出售，平均每天可售出 100 千克，后来经过市场调查发现，单价每降低 2 元，则平均每天的销售量可增加 20 千克，若该专卖店销售这种核桃要想平均每天获利 2240 元，请回答：

( 1 ) 每千克核桃应降价多少元？

( 2 )

在平均每天获利不变的情况下，为尽可能让利于顾客，赢得市场，该店应按原售价的几折出售？

**【答案】**（1）每千克核桃应降价 4 元或 6 元．

（2）该店应按原售价的九折出售．

**【解析】**（1）方法一：设每千克核桃应降价  $x$  元．

根据题意，得  $(60 - x - 40) \left(100 + \frac{x}{2} \times 20\right) = 2240$ ．

化简，得  $x^2 - 10x + 24 = 0$ ，

解得  $x_1 = 4$ ， $x_2 = 6$ ，

答：每千克核桃应降价 4 元或 6 元．

方法二：设每千克核桃降价  $2a$  元，

单件利润： $(60 - 2a - 40)$  元 / 千克，

数量： $(100 + 20 \cdot a)$  千克，

获利： $2240 = (60 - 40 - 2a)(100 + 20a)$ ，

$(20 - 2a)(100 + 20a) = 2240$ ，

$(10 - a)(5 + a) = 56$ ，

$-a^2 + 5a + 50 = 56$ ，

$a^2 - 5a + 6 = 0$ ，

$(a - 2)(a - 3) = 0$ ，

$a_1 = 2$ ， $a_2 = 3$ ，

降价  $2a_1 = 4$  元， $2a_2 = 6$  元，

答：每千克应降价 4 元或 6 元．

（2）由（1）可知每千克核桃可降价 4 元或 6 元．

∵ 要尽可能让利于顾客，

∴ 每千克核桃应降价 6 元．

此时，售价为： $60 - 6 = 54$ （元），

$\frac{54}{60} \times 100\% = 90\%$ ．

答：该店应按原售价的九折出售．

**【标注】**【知识点】一元二次方程的利润问题

### 三、 传染问题

14. 2020年浙江杭州拱墅区杭州锦绣·育才教育集团初三中考四模第5题3分 ★★

肆虐的冠状病毒肺炎具有人传人性，假如 1 人感染病毒后如果不隔离，经过两轮传染将会有 225 人感染，若设 1 人平均感染  $x$  人，依题意可列出方程（ ）。

- A.  $1 + x = 225$       B.  $1 + x^2 = 225$       C.  $(1 + x)^2 = 225$       D.  $1 + (1 + x)^2 = 225$

【答案】 C

【解析】 设 1 人平均感染  $x$  人，

则一轮传染后有  $(1 + x) \times 1 = 1 + x$ ，

二轮传染后有： $(1 + x)(1 + x)$ ，

∴根据题意可知： $(1 + x)^2 = 225$ ，故选 C。

【标注】 【知识点】 一元二次方程的传播问题

15. 2019~2020 学年 10 月山西太原小店区志达中学初三上学期月考第 15 题 3 分 ★★

有一人患了红眼病，经过两轮传染后共有 144 人患了红眼病，设每轮传染中平均一个人传染了  $x$  个人，则可列方程为 \_\_\_\_\_。

【答案】  $x + 1 + x(x + 1) = 144$

【解析】 设每轮传染中平均一个人传染的人数为  $x$  人，由题意得： $x + 1 + x(x + 1) = 144$ 。

【标注】 【知识点】 一元二次方程的传播问题

16. 2019~2020 学年 9 月天津南开区天津市育贤中学初三上学期月考第 14 题 3 分 ★★

某种传染性牛疾在牛群中传播迅猛，平均一头牛每隔 6 小时能传染  $m$  头牛，现知一养牛场有  $a$  头牛染有此病，那么 12 小时后共有 \_\_\_\_\_ 头牛染上此病（用含  $a$ 、 $m$  的代数式表示）。

【答案】  $a(m + 1)^2$

【解析】 ∵平均一头羊每隔 6 小时能传染  $m$  头羊，

∴12 小时能传染两轮。

根据题意得： $a + am + m(a + am) = a(m + 1)^2$ 。

【标注】 【知识点】 一元二次方程的传播问题

17. 2020~2021 学年 10 月天津和平区天津市益中学校初三上学期月考第 7 题 3 分 ★★

某种细胞分裂，一个细胞经过两轮分裂后，共有  $a$  个细胞，设每轮分裂中平均一个细胞分裂成  $n$  个细胞，那么可列方程为（ ）。



A.  $n^2 = a$

B.  $(1+n)^2 = a$

C.  $1+n+n^2 = a$

D.  $n+n^2 = a$

**【答案】** A**【解析】** 第一轮分裂成  $n$  个细胞，第二轮分裂成  $n^2$  个细胞，那么可列方程为  $n^2 = a$  .

故选 A .

**【标注】**【知识点】一元二次方程的其他实际问题 练习8

## 18. 2019~2020学年天津南开区天津市南开翔宇学校初二下学期期中第5题4分 ★★

某校“研学”活动小组在一次野外实践时，发现一种植物的主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目的小分支，主干、支干和小分支的总数是 43，则这种植物每个支干长出的小分支个数是（ ） .

A. 6

B. 5

C. 4

D. 7

**【答案】** A**【解析】** 设这种植物每个支干长出  $x$  个小分支，

由题意知：

$$1 + x + x^2 = 43 ,$$

$$x^2 + x - 42 = 0 ,$$

$$(x + 7)(x - 6) = 0 ,$$

$$x_1 = -7 , x_2 = 6 ,$$

$$\because x > 0 ,$$

$$\therefore x = 6 .$$

**【标注】**【知识点】一元二次方程的传播问题

## 19. 2016~2017学年12月湖北武汉蔡甸区初三上学期月考第7题3分 ★★★

某种植物的主干长出若干数目的枝干，每个枝干又长出同样数目的小分枝，主干、枝干和小分枝的总数是 13，则每个枝干长出（ ） .

A. 2根小分枝

B. 3根小分枝

C. 4根小分枝

D. 5根小分枝

**【答案】** B**【解析】** 设每个枝干长出  $x$  根小分支，

$$1 + x + x^2 = 13 ,$$

$$x^2 + x - 12 = 0,$$

$$(x+4)(x-3) = 0,$$

$$x_1 = -4 \text{ (舍)}, x_2 = 3,$$

∴每个枝干长出 3 根小分枝.

**【标注】**【知识点】一元二次方程的传播问题

#### 20. 2019~2020学年天津河东区天津市育才中学初三上学期期中第22题10分 ★★★

九(3)班张华老师自编了一套健美操,他先教会一些同学,然后让学会的同学每人教会相同的人数,每人每轮教会的人数相同.这样,经过两轮,全班 57 人(含张华老师)都能做这套健美操,问:每轮中每人必须教会几人?

**【答案】** 7 人.

**【解析】** 设每轮中每人必须教会人数为  $x$ ,

$$\text{由题意得 } 1 + x + x^2 = 57,$$

$$(x+8)(x-7) = 0.$$

解得  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = -8$  (不合题意舍去).

故每轮中每人必须教会 7 人.

**【标注】**【知识点】一元二次方程的传播问题

## 四、单循环问题

### 练习9

#### 21. 2019~2020学年山东烟台芝罘区山东省烟台第二中学北校区初三下学期期中第4题4分 ★★

微信给人们带来了方便和快乐,某微信群规定,群内的每个人都要发一个红包,并保证群内其他人都能抢到,且自己不能抢自己发的红包,若此次抢红包活动,群内所有人共收到 132 个红包,设该群内一共有  $x$  人,则 ( ).

A.  $x(x-1) = 132$       B.  $\frac{x(x-1)}{2} = 132$       C.  $x(x+1) = 132$       D.  $\frac{x(x+1)}{2} = 132$

**【答案】** A

**【解析】** 设该群一共有  $x$  人,则每人收到  $(x-1)$  个红包,依题意得:  $x(x-1) = 132$ .

故选 A.

**【标注】**【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

22. 2017~2018学年10月陕西西安碑林区西安市西信中学初三上学期月考第8题3分 ★★

一个小组有若干人，新年互送贺卡，若全组共送贺卡 72 张，则这个小组共有 ( ) 人 .

- A. 12                      B. 10                      C. 9                      D. 8

【答案】 C

【解析】 设这小组有  $x$  人 .

由题意得：  $x(x-1) = 72$  ,

解得  $x_1 = 9$  ,  $x_2 = -8$  ( 不合题意，舍去 ) .

即这个小组有 9 人 .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的握手、送礼物问题

23. 2019~2020学年10月天津河东区天津市第一零二中学初三上学期月考第11题3分 ★★

要组织一次排球邀请赛，参赛的每个队之间要比赛两场，根据场地和时间等条件，赛程计划安排 7 天，每天安排 8 场比赛，若设比赛组织者应邀请  $x$  个队参赛，则  $x$  满足的关系式为 ( ) .

- A.  $\frac{1}{2}x(x+1) = 56$       B.  $\frac{1}{2}x(x-1) = 56$       C.  $x(x+1) = 56$       D.  $x(x-1) = 56$

【答案】 D

【解析】 设比赛组织者应邀请  $x$  个队参赛，则每个队需与  $(x-1)$  个队比赛，

根据题意得：  $x(x-1) = 7 \times 8$  ,

即  $x(x-1) = 56$  .

故选： D .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的其他实际问题

|| 练习10

24. 2018~2019学年内蒙古呼伦贝尔新巴尔虎左旗初三上学期期中第10题3分 ★★

在某次聚会上，每两人都握了一次手，所有人共握手 10 次，设有  $x$  人参加这次聚会，则列出方程正确的是 ( ) .

- A.  $x(x-1) = 10$       B.  $\frac{x(x-1)}{2} = 10$       C.  $x(x+1) = 10$       D.  $\frac{x(x+1)}{2} = 10$

【答案】 B

【解析】 所有人共握手 10 次，

设  $x$  人参加，

每个人与剩下的  $(x-1)$  人握手，  
共握手  $x(x-1)$ ，  
但“我与你”握手与“你与我”握手重复，  
 $\therefore \frac{x(x-1)}{2} = 10$  .

【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

25. 2017~2018学年3月浙江杭州拱墅区杭州锦绣·育才中学附属学校初二下学期月考第6题3分 ★★

在一条线段上取  $(n-3)$  点，这  $(n-3)$  点连同线段的两个端点一共有  $(n-1)$  点中任意两点为端点的线段共 55 条，则  $n$  的值为 ( ) .

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

【答案】C

【解析】根据题意得， $\frac{(n-1)(n-1-1)}{2} = 55$ ，  
整理得， $n^2 - 3n - 108 = 0$ ，  
解得  $n = -9$  (舍去)， $n = 12$  .

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题；一元二次方程的握手、送礼物问题

26. 2020~2021学年3月广东广州越秀区广州市第七中学初三下学期月考第13题3分 ★★

有  $x$  支球队参加篮球比赛，每两队之间都只进行一场比赛，若共比赛了 28 场，则可列出关于  $x$  的方程为 \_\_\_\_\_ .

【答案】 $\frac{1}{2}x(x-1) = 28$

【解析】设这次有  $x$  队参加比赛，  
则此次比赛的总场数为  $\frac{1}{2}x(x-1)$  场，  
根据题意列出方程得： $\frac{1}{2}x(x-1) = 28$  .

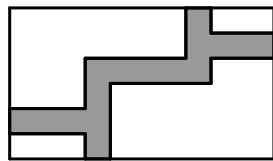
【标注】【知识点】一元二次方程的握手、送礼物问题

## 五、几何问题

### 练习11

27. 2020年新疆乌鲁木齐中考模拟 (三) 第8题5分 ★★

如图，在长为 62 米、宽为 42 米的矩形草地上修同样宽的路，余下部分种植草坪．要使草坪的面积为 2400 平方米，设道路的宽为  $x$  米，则可列方程为（ ）．



A.  $(62 - x)(42 - x) = 2400$

B.  $(62 - x)(42 - x) + x^2 = 2400$

C.  $62 \times 42 - 62x - 42x = 2400$

D.  $62x + 42x = 2400$

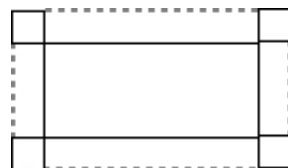
【答案】 A

【解析】 设道路的宽为  $x$  米，根据题意得  $(62 - x)(42 - x) = 2400$  .  
故选 A .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的几何问题

28. 2019~2020 学年山东济宁邹城市初三上学期期中第 19 题 6 分 ★★★

现有一块长 20cm，宽 10cm 的长方形铁皮，在它的四个角分别剪去一个大小完全相同的小正方形，用剩余的部分做成一个底面积为  $56\text{cm}^2$  的无盖长方体盒子，请求出剪去的小正方形的边长．



【答案】 剪去的小正方形的边长为 3cm .

【解析】 设剪去的小正方形的边长为  $x\text{cm}$ ，则长方形盒子长为  $(20 - 2x)\text{cm}$ ，宽为  $(10 - 2x)\text{cm}$ ，  
根据题意得， $(20 - 2x)(10 - 2x) = 56$ ，

$$4x^2 - 60x + 200 = 56 ,$$

$$4x^2 - 60x + 144 = 0 ,$$

$$x^2 - 15x + 36 = 0 ,$$

$$(x - 3)(x - 12) = 0 ,$$

$$\therefore x_1 = 3 , x_2 = 12 .$$

其中  $x = 12$  时， $20 - 2x = -4 < 0$ ，不符题意，

$$\therefore x = 3 .$$

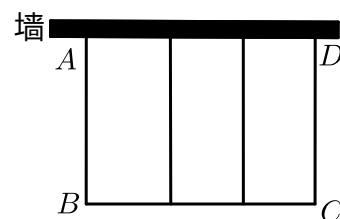
答：剪去的小正方形的边长为 3cm .

【标注】 【知识点】 一元二次方程的几何问题

## 练习12

### 29. 2020~2021学年10月天津和平区和平区第九十中学初三上学期月考第14题3分 ★★

如图，要利用一面墙（墙长为25米）建羊圈，用100米的围栏围成总面积为400平方米的三个大小相同的矩形羊圈，则羊圈的边长  $AB$  为 \_\_\_\_\_ 米．



【答案】 20

【解析】 设  $AB$  的长度为  $x$ ，则  $BC$  的长度为  $(100 - 4x)$  米．

根据题意得  $(100 - 4x)x = 400$ ，

解得  $x_1 = 20$ ， $x_2 = 5$ ．

则  $100 - 4x = 20$  或  $100 - 4x = 80$ ．

$\because 80 > 25$ ，

$\therefore x_2 = 5$  舍去．

即  $AB = 20$ ， $BC = 20$ ．

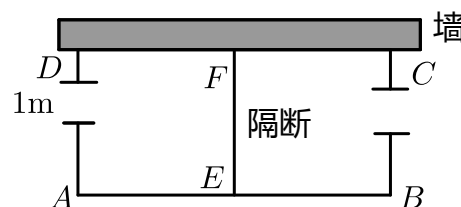
答：羊圈的边长  $AB$ ， $BC$  分别是 20 米、20 米．

故答案为：20．

【标注】【知识点】一元二次方程的几何问题

### 30. 2015~2016学年浙江杭州拱墅区初二下学期期末第22题12分 ★★★

如图所示，利用一面墙（墙的长度足够），用篱笆围成一个形如矩形  $ABCD$  的场地，在  $AD$ ， $BC$  边上各有一个宽为 1m 的缺口，在场地中有用篱笆做的隔断  $EF$ ，且  $EF \perp AB$ ， $AB > EF$ ，已知所用篱笆总长度为 38m．



(1) 设隔断  $EF$  的长为  $x$ (m)，请用含  $x$  的代数式表示  $AB$  的长．

(2) 所围成如矩形  $ABCD$  的场地的面积为  $100\text{m}^2$  时，求  $AB$  的长．

(3) 所围成矩形  $ABCD$  场地的面积能否为  $140\text{m}^2$ ？若能，求  $AB$  的长；若不能，说明理由．并写出所能围成的矩形  $ABCD$  场地面积的最大值．

**【答案】** ( 1 )  $40 - 3x$  .

( 2 )  $AB = 30\text{m}$  .

( 3 ) 不能围成面积为  $140\text{m}^2$  的矩形  $ABCD$  场地 , 当  $x = \frac{20}{3}$  时 , 面积最大 , 为  $\frac{400}{3}\text{m}^2$  .

**【解析】** ( 1 ) 依题意 ,  $AB$  的长为 :  $38 - x - 2(x - 1) = (40 - 3x)(\text{m})$  .

( 2 )  $x \cdot (40 - 3x) = 100$  ,

解得  $x_1 = 10$  ,  $x_2 = \frac{10}{3}$  ,

$x_1 = 10$  时 ,  $AB = 40 - 3x = 10$  , 不符 , 舍去 ,

$\therefore x = \frac{10}{3}$  ,  $AB = 30\text{m}$  .

( 3 )  $x \cdot (40 - 3x) = 140$  , 整理得  $3x^2 - 40x + 140 = 0$  ,

$\Delta = (-40)^2 - 4 \times 3 \times 140 < 0$  ,

$\therefore$  不能 .  $x \cdot (40 - 3x) = -3\left(x - \frac{20}{3}\right)^2 + \frac{400}{3}$  ,

当  $x = \frac{20}{3}$  时 , 面积最大 , 为  $\frac{400}{3}\text{m}^2$  .

**【标注】**【知识点】一元二次方程的几何问题